

A6 : Connaître et utiliser la notion de puissance

I) Puissances d'un nombre relatif (c'est à dire : puissances ayant pour base un nombre relatif)

a) Puissances ayant pour exposant un nombre entier positif

3 à la puissance 4	5 à la puissance 2	0 à la puissance 6	1 à la puissance 5	9 à la puissance 1	-3 à la puissance 4
3^4	5^2	0^6	1^5	9^1	$(-3)^4$
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	5×5	$0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	9	$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
81	25	0	1	9	81

a désigne un nombre relatif et n un entier positif non nul.

Définition : a^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad \text{se lit « } a \text{ puissance } n \text{ »} \quad a \text{ est la base} \quad n \text{ est l'exposant}$$

Exemples : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ et $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

Ne pas confondre « 4 puissance 3 » et « 3 puissance 4 »

Cas particuliers :

- $a^0 = 0$
 - $a^1 = a$
 - a^2 se lit « a au carré »
 - a^3 se lit « a au cube »
- remarque : 0^0 n'existe pas (la calculatrice retourne le message erreur)

Remarque : attention aux signes !

Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$ et $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

b) Puissances ayant pour exposant un nombre entier négatif

Définition : a^{-n} désigne l'inverse de a^n : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Exemples : $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \dots\dots\dots$ $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = \dots\dots\dots$

II) Règle de priorité

Règle : Pour calculer une expression numérique sans parenthèses, on effectue d'abord en 1^{er} les puissances, puis en 2^{ème} les multiplications et les divisions et enfin en 3^{ème} les additions et les soustractions.

Exemples : Calculer

$$A = 5 - 2 \times 3^2$$

$$A = 5 - 2 \times 9$$

$$B = (5 - 2 \times 3)^2$$

$$B = (5 - 6)^2$$

$$A = 5 - 18$$

$$A = -13$$

$$B = (-1)^2$$

$$B = 1$$

III) Signe d'une puissance

propriété : Si l'exposant n est pair, alors a^n est positive
Si l'exposant n est impair, alors a^n est du signe de a

remarque : la propriété est aussi valable pour les exposants négatifs

exemple : quel est le signe de $C = (-3)^4$ et de $D = (-2)^{-5}$?
Comme l'exposant 4 est pair, C est un nombre positif
Comme l'exposant -5 est impair, D est du signe de a (ici -2),
donc D est négatif

IV) Calculs avec les puissances

a désigne un nombre relatif et m et p des entiers relatifs.

Propriétés :

$a^m \times a^p = a^{m+p}$	(produit de puissances ayant même base)
$\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$	(quotient de puissances ayant même base)
$(a^m)^p = a^{m \times p}$	(puissance d'une puissance)

Exemples : calculer	$E = 3^{-2} \times 3^3$ $E = 3^{-2+3}$ $E = 3^1$ $E = 3$	$F = \frac{7^{-3}}{7^{-5}}$ $F = 7^{-3-(-5)}$ $F = 7^2$ $F = 49$	$G = (2^{-3})^{-2}$ $G = 2^{-3 \times (-2)}$ $G = 2^6$ $G = 64$
---------------------	---	---	--